

EXPLODING DOTS (EP – Experimente cu Puncte)
CAPITOLUL 1
MAȘINI

Bun venit în călătorie.

Este o călătorie matematică bazată pe o poveste scrisă de mine, James, și este una imaginară.

Când eram copil am inventat o mașină – nu-i adevărat, dar lasă detaliile acum - și această mașină este compusă dintr-un șir de cutii (sau căsuțe) care se poate extinde spre stânga cu oricât de multe cutii aș dori vreodată.

Mașinii mele i-am dat nume. I-am zis “mașina doi-unu”. Ea citește și scrie, de la dreapta la stânga, într-un mod foarte distractiv. (Nu știam altceva pe atunci).



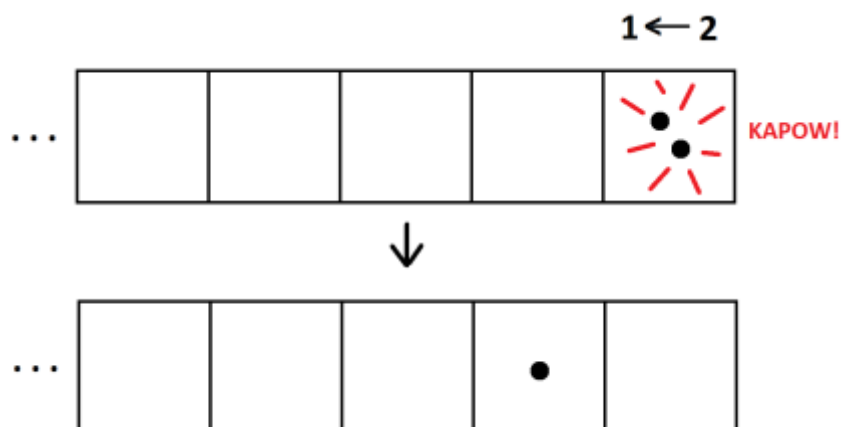
Și ce putem face cu această mașină? Putem pune puncte în cutii. Întotdeauna punctele se pun în cutia situată la capătul din dreapta.

Punem acolo un punct, și, ei bine, nu se întâmplă nimic: rămâne acolo ca un punct.



Dar mai punem încă un punct - întotdeauna în cutia cea mai din dreapta - și atunci ceva miraculos se întâmplă.

Ori de câte ori sunt două puncte într-o cutie, ele “explodează” și dispar - BUUUM! – vor fi înlocuite cu un punct care va fi plasat în cutia din stânga.



(Vezi, acum, de ce am numit aceasta ca “mașina $1 \leftarrow 2$ ” și am scris în acest mod distractiv?)

Vedem că două puncte plasate într-o cutie sunt transformate de mașină într-un punct (în cutia din stânga) urmat de zero puncte.

Punând al treilea punct - întotdeauna în cutia din extremitatea dreaptă a șirului – obținem o imagine cu un punct urmat de alt punct.

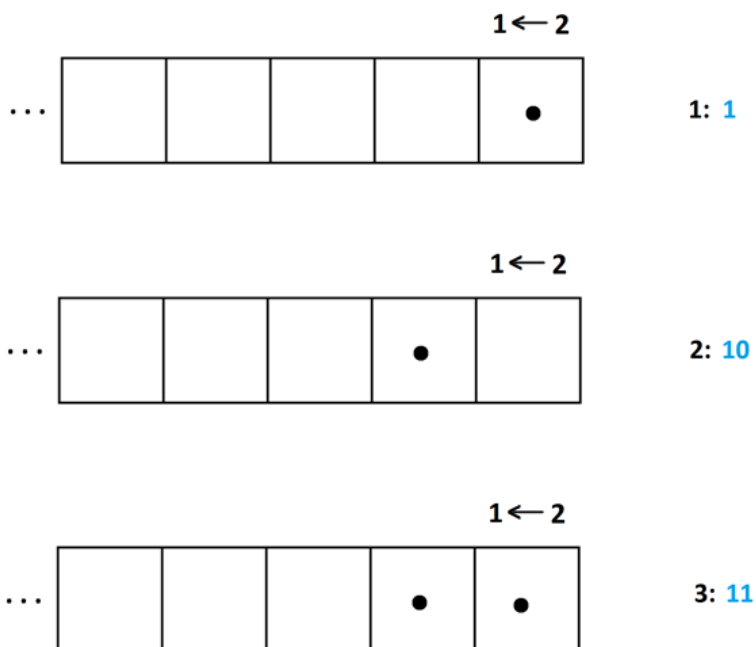


Mi-am dat seama că această mașină, din povestea mea imaginară, a produs coduri pentru numere:

Doar un singur punct plasat în mașină, a rămas ca un singur punct. Deci codul mașinii $1 \leftarrow 2$ pentru numărul *unu* este 1.

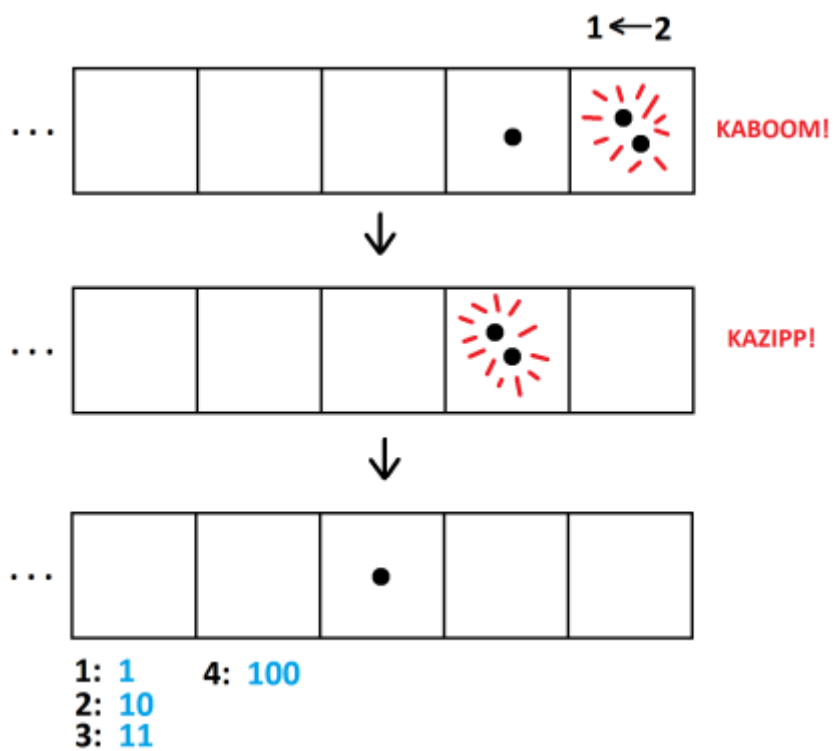
Două puncte plasate în mașină, unul după altul, au dat un punct într-o cutie urmat de zero puncte. Deci codul mașinii $1 \leftarrow 2$ pentru numărul *doi* este 10.

Punerea unui al treilea punct în aparat a dat codul 11 pentru numărul *trei*.



Care este codul furnizat de mașina $1 \leftarrow 2$ pentru numărul *patru*?

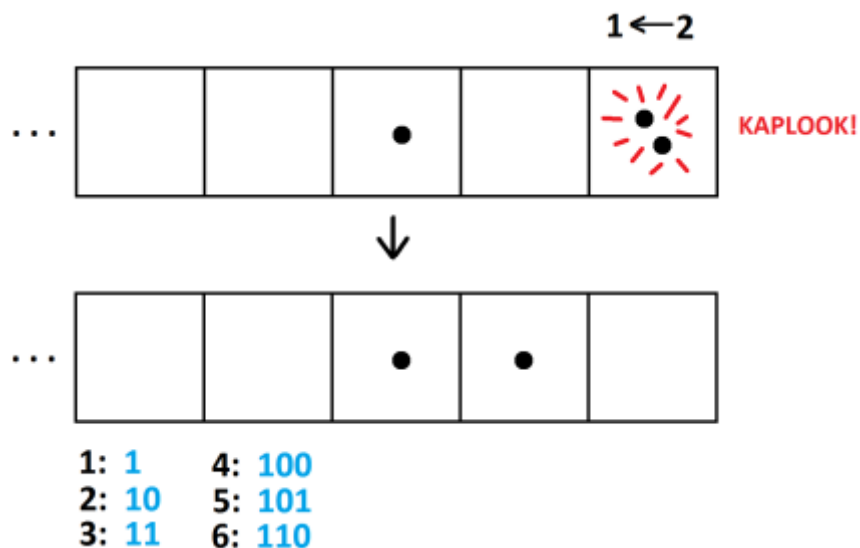
A pune patru puncte în ultima cutie a mașinii noastre prezintă un interes special: Vom avea mai multe explozii!



Deci, codul produs de mașina $1 \leftarrow 2$ pentru numărul *patru* este 100.

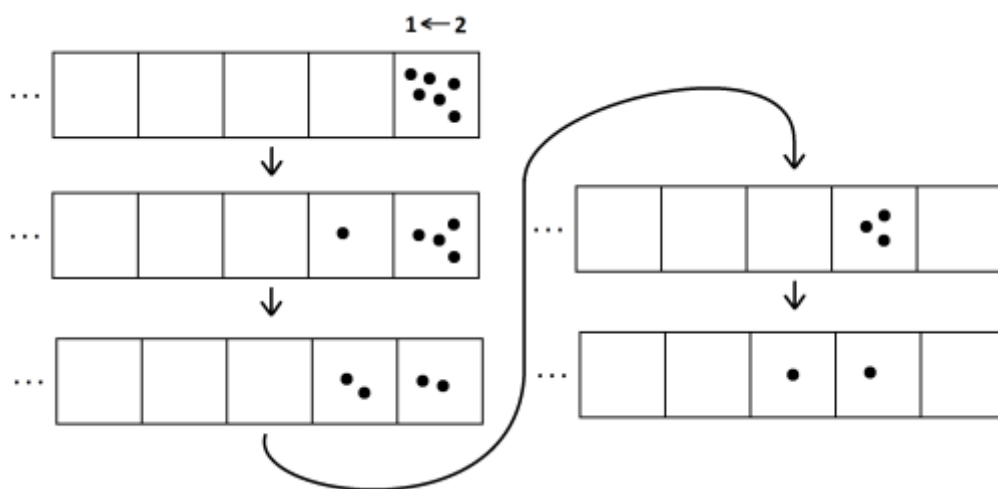
Ce cod va produce mașina pentru numărul *cinci*? Poți să vezi că este 101?

Dar codul pentru numărul *șase*? Adăugând un punct la codul numărului cinci vom obține codul 110 pentru numărul *șase*.



De fapt, putem obține același cod pentru șase prin inițializarea mașinii (toate cutiile vor fi goale) și punerea a șase puncte în cutia cea mai din dreapta a benzii de lucru. Perechile de puncte vor exploda, succesiv, cu generarea a unui nou punct în cutia situată imediat în stânga

Iată seria exploziilor. Zgomotul produs de explozii este omis!



Veți obține același cod 110 dacă provocați exploziile în altă ordine? (Încercați!)

Iată câteva întrebări la care ați putea încerca sau nu să răspundeți. Răspunsurile mele la aceste întrebări le veți găsi la finalul acestui capitol.

1. a) Care este codul furnizat de mașina $1 \leftarrow 2$ pentru numărul treisprezece?
(Pare a fi 1101. Poți găsi acest răspuns?)
- b) Care este codul pentru numărul cincizeci? (Hoo-hooo!)
2. Există vreun număr care să primească codul 100211 prin mașina $1 \leftarrow 2$, presupunând că explozia perechilor de puncte are loc ori de câte ori există perechi disponibile.
3. Ce număr are codul 11001 ca fiind generat de mașina $1 \leftarrow 2$?

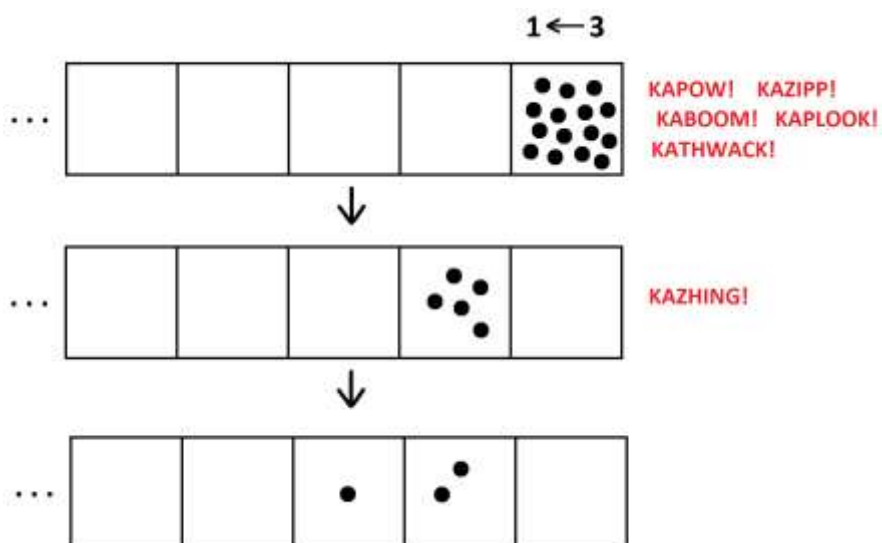
Este timp de multe ore distractive în lumea codurilor oferite de mașina $1 \leftarrow 2$.

Dar, într-o bună zi vom fi luminați!

ALTE MAȘINI

În loc să folosesc o mașină $1 \leftarrow 2$, mi-am dat seama că totul se poate juca cu o mașină $1 \leftarrow 3$ (de asemenea cu citire și scriere înapoi, o mașină "trei-unu"). Acum oriunde sunt trei puncte într-o cutie, acestea vor exploda și vor fi înlocuite cu un punct plasat în cutia situată imediat în stânga.

Iată ce se întâmplă cu cincisprezece puncte prelucrate de o mașină $1 \leftarrow 3$.



Mai întâi vor avea loc cinci explozii în prima cutie din extremitatea dreaptă, fiecare explozie produce un punct în a doua cutie de la dreapta spre stânga. Apoi trei din aceste cinci puncte explodează. Cu aceasta, rămân două puncte neexplodate și este generat un singur punct în imediata cutie din stânga. Astfel, obținem codul 120 pentru numărul cincisprezece folosind o mașină $1 \leftarrow 3$.

Iată câteva întrebări la care ai putea să reflectezi, sau nu.

4. a) Arătați că pentru numărul *patru*, mașina $1 \leftarrow 3$ produce codul 11.
 b) Arătați că pentru numărul *treisprezece*, codul produs de o mașină $1 \leftarrow 3$ este 111.
 c) Arătați că pentru numărul *douăzeci*, codul produs de o mașină $1 \leftarrow 3$ este 202.
5. Există vreun număr care să aibă codul 2041 furnizat de o mașină $1 \leftarrow 3$? Dacă da, acest cod poate fi “stabil”?
6. Ce număr are codul 1022 furnizat de o mașină $1 \leftarrow 3$?

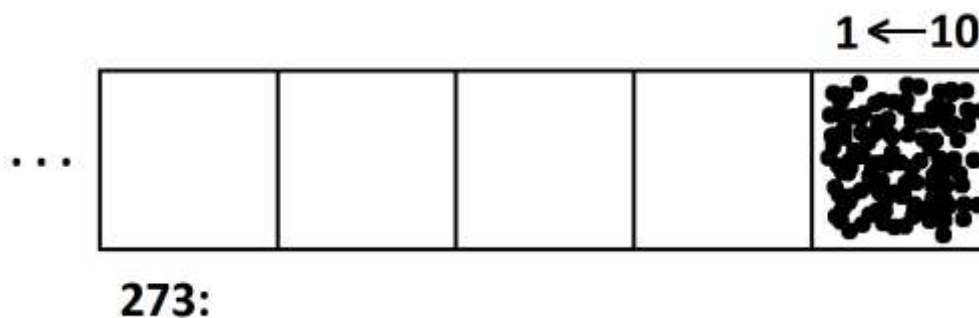
Mergem mai departe!

7. Care este regula de bază a unei mașini $1 \leftarrow 4$?
 Care este codul furnizat de o mașină $1 \leftarrow 4$ pentru numărul treisprezece?
8. Care este codul furnizat de o mașină $1 \leftarrow 5$ pentru numărul treisprezece?
9. Care este codul furnizat de o mașină $1 \leftarrow 9$ pentru numărul treisprezece?
10. Care este codul furnizat de o mașină $1 \leftarrow 5$ pentru numărul doisprezece?
11. Care este codul furnizat de o mașină $1 \leftarrow 9$ pentru numărul douăzeci?

Bun! Acum să explorăm mai mult.

Să folosim cu toții o mașină $1 \leftarrow 10$ pe care să o încărcăm cu 273 de puncte în cutia cea mai din dreapta!

Care este codul secret $1 \leftarrow 10$ al numărului 273?



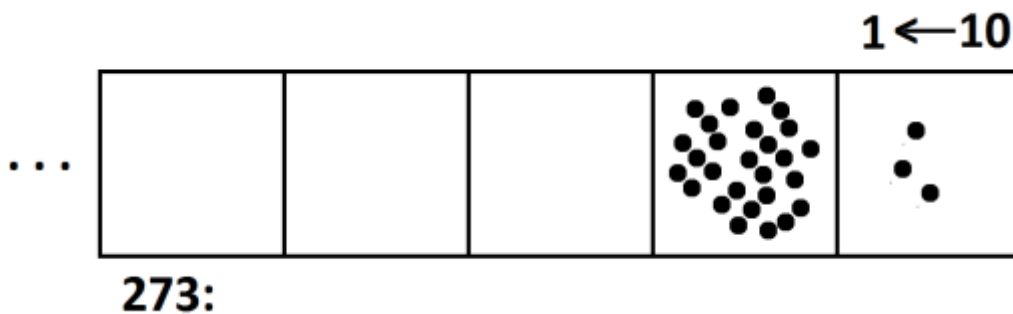
Mi-am clarificat gândurile după ce am răspuns la câteva întrebări.

Vor fi explozii? Există grupuri de câte zece puncte supuse exploziei? Sigur!

Câte explozii vor avea loc inițial? Douăzeci și șapte.

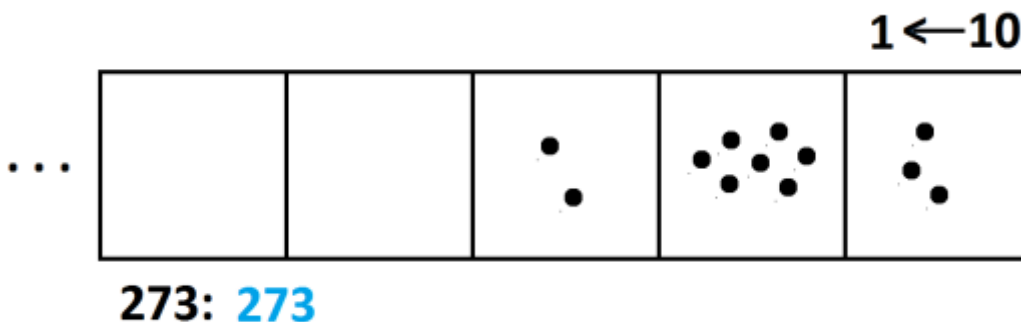
Au mai rămas puncte neutilizate? Da. Trei.

Perfect. Există douăzeci și șapte de explozii, fiecare explozie produce un punct ce va fi plasat în cutia situată imediat în stânga, rămânând trei puncte în ultima cutie.



Mai sunt explozii? Da. Încă două.

Mai rămân puncte în cutie? Exact șapte puncte.



Deci codul $1 \leftarrow 10$ pentru numărul *două sute șapte zeci și trei* este... 273. Hoo-hooo!

12. a) Care este codul $1 \leftarrow 10$ pentru numărul *treisprezece*?
- b) Care este codul $1 \leftarrow 10$ pentru numărul *treizeci și șapte*?
- c) Care este codul $1 \leftarrow 10$ pentru numărul 5846?

Ceva curios se întâmplă!

Care este cea mai naturală țrebare de pus?

+++



EXPLORĂRI PROVOCATOARE

Iată câteva investigații asupra unor “mari necunoscute” pe care ați putea să le faceți, sau măcar să reflectați. Totul se va clarifica odată cu descoperirea poveștii în următoarele capitole, dar poate fi și mai distractiv să te gândești la aceste provocări chiar de acum.

EXPLORAREA Nr. 1: CE FAC ACESTE MAȘINI?

Poți descrie ce fac aceste mașini în realitate?

De ce codul numărului două sute șapte zeci și trei generat de o mașină $1 \leftarrow 10$ este “273”? Codurile $1 \leftarrow 10$ sunt întotdeauna identice cu scrierea normală a numerelor?

Dacă poți răspunde acestei întrebări, poți să simți modul de generare a codurilor de către o mașină $1 \leftarrow 2$? Ce semnificație are codul 1101? pentru numărul treisprezece?

Comentariu: Capitolul 2 oferă răspunsuri la aceste întrebări.

EXPLORAREA 2: CONTEAZĂ ORDINEA ÎN CARE PERECHILE DE PUNCTE EXPLODEAZĂ?

Să punem nouăsprezece puncte într-o mașină $1 \leftarrow 2$ (evident în ultima cutie din șir) și să lăsăm exploziile să se desfășoare aleator: câteva perechi în cutia din dreapta, apoi câteva perechi în cutia vecină din stânga, apoi continuăm cu perechile din dreapta, apoi cu perechile din cutia din stânga și așa mai departe. Repetați mereu, cu schimbarea ordinii în care perechile de puncte explodează. și tot așa mereu!

Obțineți codul 10011 de fiecare dată?

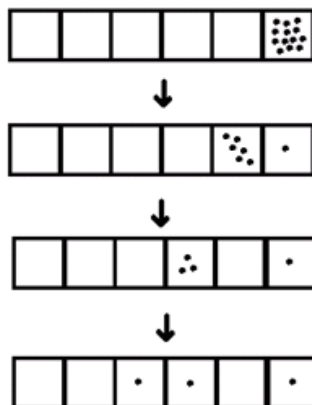


SOLUȚII

Așa cum am promis, iată rezolvările (soluțiilor) mele la întrebările puse mai sus.

1.

a) Aici arăt cum obținem codul 1101 pentru numărul (cu) treisprezece (puncte).



b) Numărul cincizeci are codul 110010.

2. Presupunând că dorim să facem înțelegerea că întotdeauna putem să explodăm puncte dacă putem, atunci codul 100211 nu este complet: cele două puncte în al treilea-la-ultima cutie pot exploda pentru a da un cod de final: 101011.

3. Acesta este codul pentru numărul nouăsprezece. (Ei bine, a se vedea următoarea lecție pentru o modalitate rapidă de a vedea acest lucru).

4. a) Execută! b) Efectuează și această sarcină! c) Ești pe drumul bun!. Execută și a treia oară!

5. Din nou, dacă suntem de acord să facem toate exploziile pe care le putem face, atunci acest cod nu este complet: trei puncte în a doua-spre-ultima cutie poate exploda pentru a da 2101.

6. Numărul treizeci și cinci are acest cod.

7. „Patru puncte în orice cutie explodează și sunt înlocuite cu un singur punct la stânga.“
Numărul treisprezece are codul 31 într-o mașină $1 \leftarrow 4$.

8. 23

9. 14

10. 22

11. 22 (Același cod ca și în răspunsul anterior - dar, desigur, interpretarea codului este diferită.)

12. a) 13 b) 37 c) 5846 (Acestea sunt codurile pe care le folosim pentru numerele din viața de zi cu zi!)