



*Uplifting Mathematics for All*

## 爆炸點子 第一章

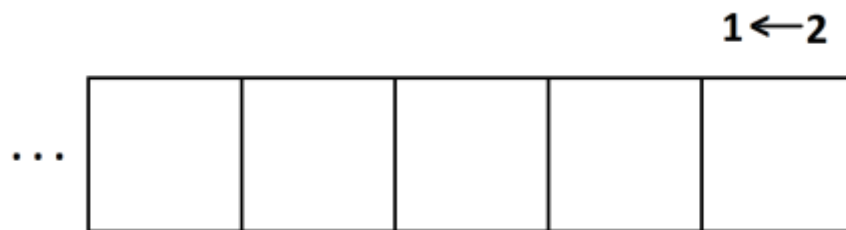
### 機器

歡迎來到這個旅程。

這是一個關於我， James， 的數學旅程， 這不是真的。

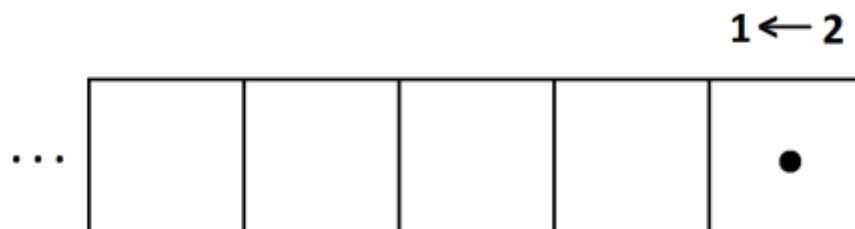
當我是一個孩子， 我發明了一台機器 - 不是真的 - 這台機器只是一排盒子， 延伸到左邊， 我希望它延伸到左邊多遠就有多遠。

我給了這個機器一個名字。我稱之為“兩為一體的機器”， 以一種有趣的方式向後讀寫。（我與小朋友知道的沒有不同。）



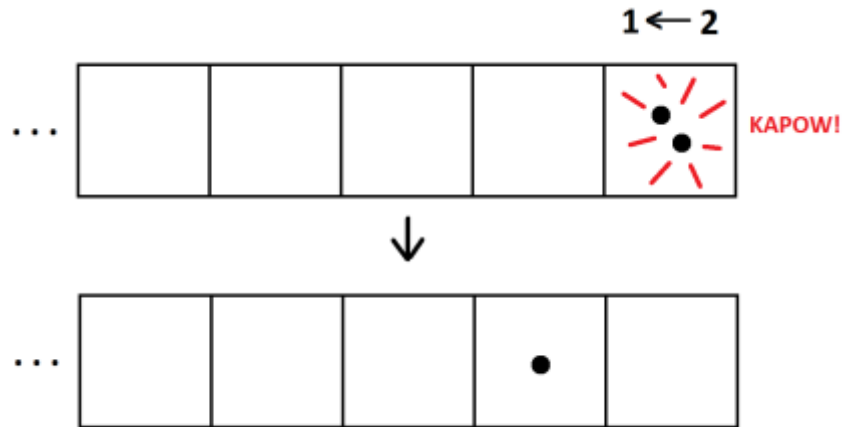
這台機器可以做什麼？放入一個點。點總是進入最右邊的盒子。

放入一個點， 好吧， 沒有什麼發生：它留在那裡作為一個點。哼！



但放入第二個點 - 總是在最右邊的盒子 - 然後一些令人興奮的事情發生。

每當有兩個點在一個盒子裡，它們會爆炸和消失 - KAPOW! - 它們變成一個點，移到左邊一個盒子。



(你現在看到為什麼我以有趣的方式稱這個是“ $1 \leftarrow 2$  機器”嗎?)

我們看到放入機器的兩個點產生一個點，後面跟著零點。

放入第三個點 - 總是最右邊的盒子裡 - 我們得到一個點後面跟著另一個點。

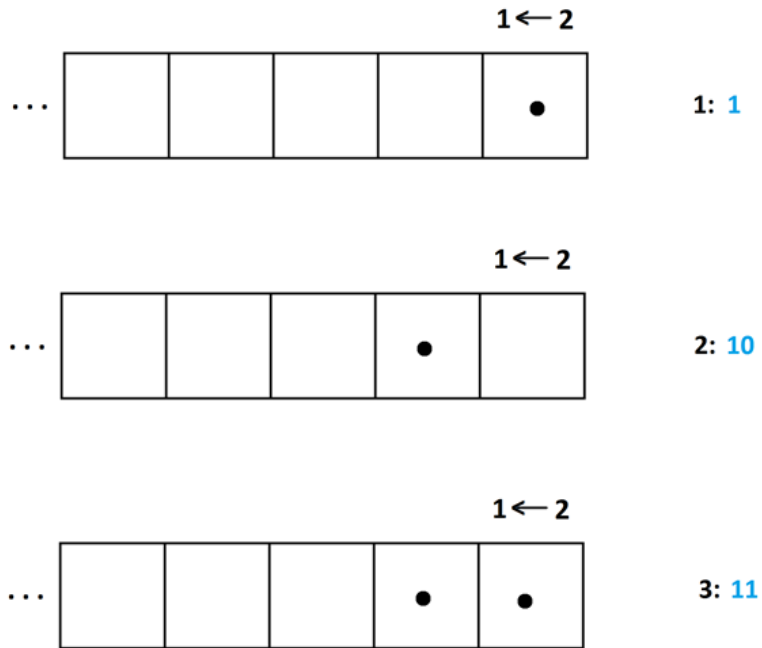


我意識到這台機器，在我不真實的故事裡，給予數字代碼。

只有一個點放入機器，保持為一個點。讓我們說， $1 \leftarrow 2$  機器給予數字 1 的代碼是 1。

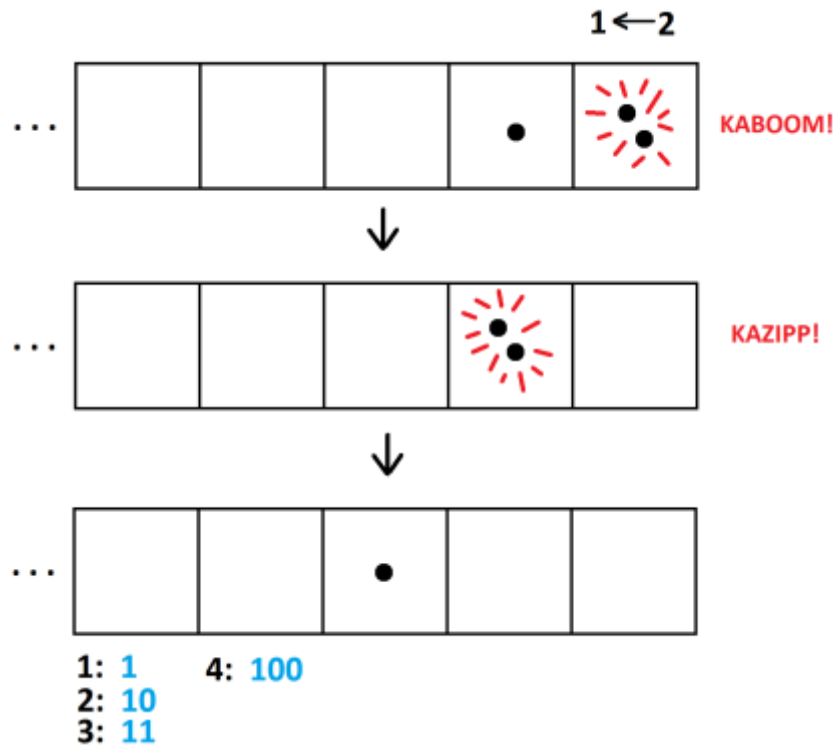
兩個點放入機器，一個接一個，在一個盒子中產生一個點，後面跟著零點。讓我們說， $1 \leftarrow 2$  機器給予數字 2 的代碼是 10。

在機器中放置第三個點給予數字 3 的代碼是 11。



$1 \leftarrow 2$  機器給予數字 4 的代碼是什麼？

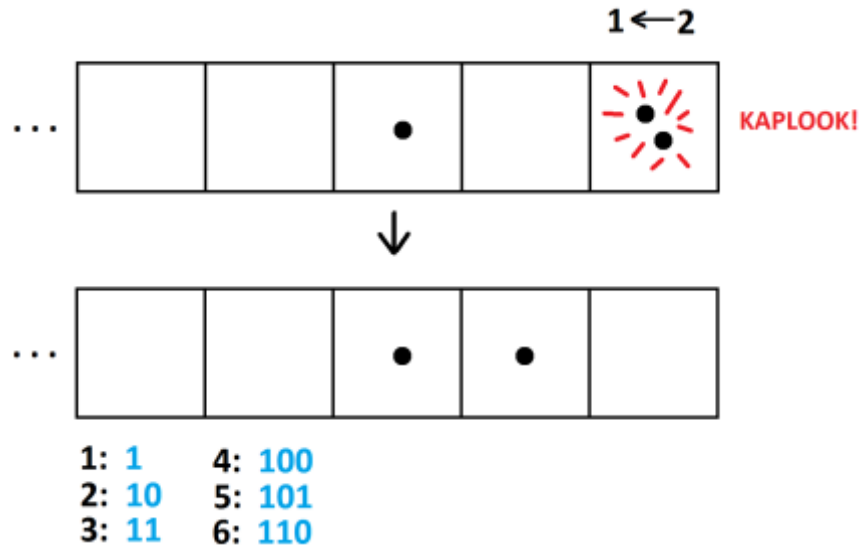
將第四個點放入機器是特別令人興奮的：我們會進行多次爆炸！



1 ← 2 機器給予數字 4 的代碼是 100。

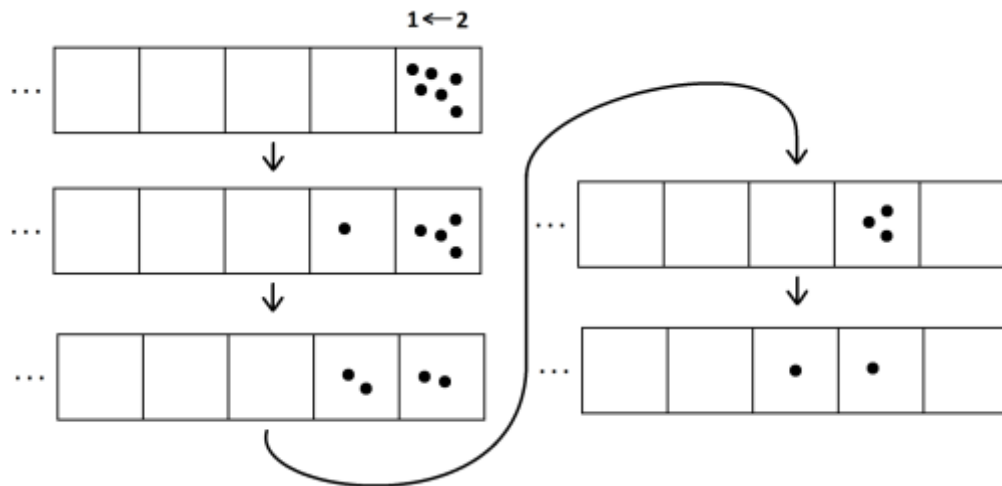
1 ← 2 機器給予數字 5 的代碼是什麼？你能看到 101 嗎？

數字 6 的代碼？在數字 5 的代碼多加一個點給予數字 6 代碼 110。



實際上，我們也可以通過清除機器內的點然後一次過放入六個點來獲得這個代碼。任何兩個點將依次爆炸產生一個點，在它們左邊的一個盒子出現。

這裡是一個系列的爆炸。音效省略！



如果你以不同的順序執行爆炸，你會得到相同的最終代碼 110 嗎？（嘗試一下！）

這裡有一些問題，你可能想或不想嘗試。我的解決方案出現在本章的結尾。

1. a) 數字13的 $1 \leftarrow 2$ 機器代碼是什麼？  
(原來是1101，你能得到答案嗎？)  
  
b) 這台機器的數字50代碼是什麼？(哇！)
2. 如果在一個盒子內的兩個點總是會爆炸，有沒有一個數字的 $1 \leftarrow 2$ 機器代碼是100211？
3. 哪個數字在 $1 \leftarrow 2$ 機器中的代碼是11001？

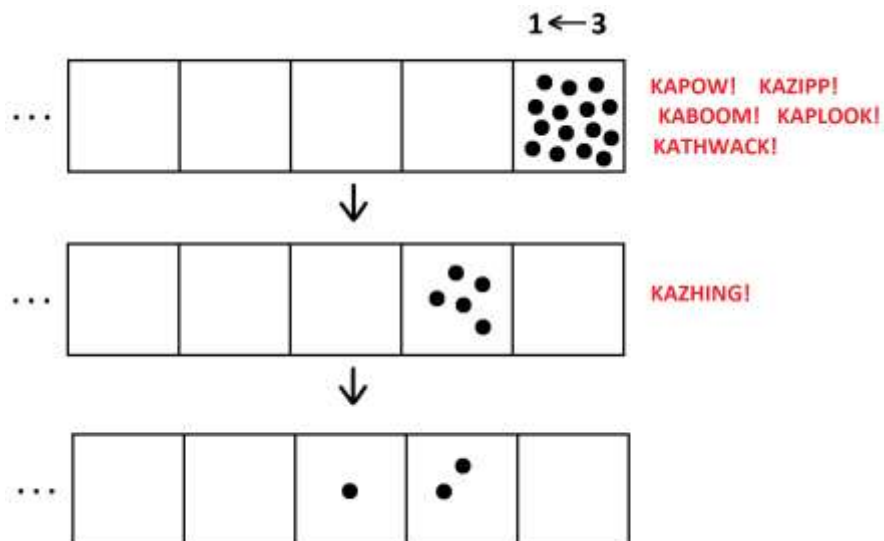
在 $1 \leftarrow 2$ 機器上研究代碼有無窮的樂趣。

但有一天，我有一個驚人的發現！

## 其他機器

除了 $1 \leftarrow 2$ 機器，我意識到我可以玩 $1 \leftarrow 3$ 機器（再次向後讀寫，一個“三一”機器）。現在每當一個盒子裡有三個點時，它們就會爆炸，用一個點替換，出現在左邊的一個盒子裡。

這是如果放十五點入 $1 \leftarrow 3$ 機器內會發生的事情。



首先，第一個盒子裡有五次爆炸，每次爆炸在右邊的第二個盒子裡製造一個點。然後這五個點的其中三個爆炸了。這留下了兩個點，並在左邊製造了一個新的點。因此，我們看到  $1 \leftarrow 3$  機器中數字15的代碼為120。

這裡還有一些您可能想思考一下的問題。

4. a) 顯示  $1 \leftarrow 3$  機器中4的代碼是11。  
b) 顯示  $1 \leftarrow 3$  機器中13的代碼是111。  
c) 顯示  $1 \leftarrow 3$  機器中20的代碼是202。
5. 一個數字可以在  $1 \leftarrow 3$  機器中有代碼2041嗎？如果是這樣，代碼會“穩定”嗎？
6. 哪個數字在  $1 \leftarrow 3$  機器中的代碼為1022？

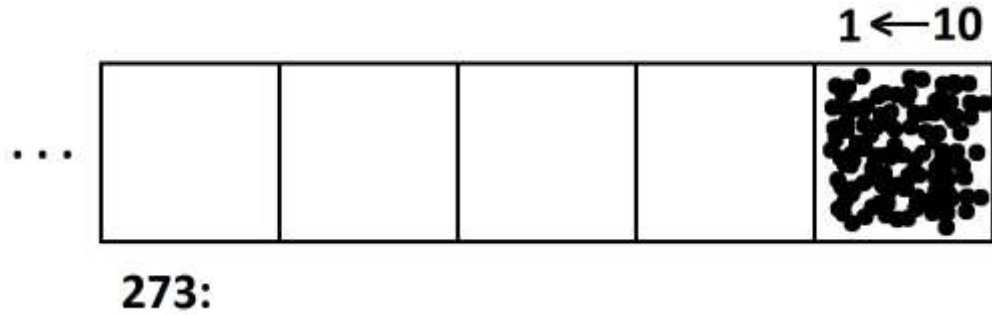
我們可以繼續！

7. 你認為  $1 \leftarrow 4$  機器的規則是什麼？  
數字13的  $1 \leftarrow 4$  代碼是什麼？
8. 數字13的  $1 \leftarrow 5$  代碼是什麼？
9. 數字13的  $1 \leftarrow 9$  代碼是什麼？
10. 數字12的  $1 \leftarrow 5$  代碼是什麼？
11. 數字20的  $1 \leftarrow 9$  代碼是什麼？

好的。我們現在再瘋狂一點！

讓我們一路走到  $1 \leftarrow 10$  機器，在  $1 \leftarrow 10$  機器上放273個點！

數字273的  $1 \leftarrow 10$  密碼是什麼？



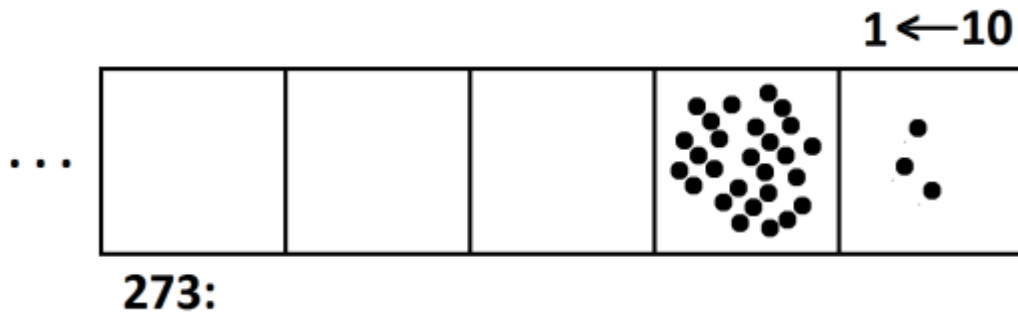
我通過提出一系列的問題來思考出答案。

會有爆炸嗎？有沒有十個會爆炸的群體？當然有！

最初有多少次爆炸？二十七次。

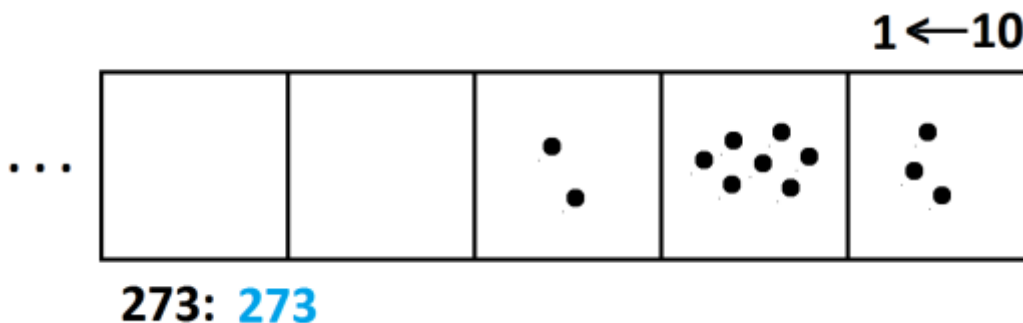
有沒有點遺留下來？有。三個。

好的。所以有二十七個爆炸，每個爆炸在左邊盒子製造一個點，留下三個點在原位。



還有沒有爆炸？有。另外兩個。

有沒有點遺留下來？有。七個。



273 的  $1 \leftarrow 10$  代碼是...273。哇！

12. a) 數字 13 的  $1 \leftarrow 10$  代碼是什麼？
- b) 數字 37 的  $1 \leftarrow 10$  代碼是什麼？
- c) 數字 5846 的  $1 \leftarrow 10$  代碼是什麼？

好奇的事情正在發生！

最大的問題是什麼？



## 探索

以下是您可能想要探索的一些“大問題”，或者只是想一想。隨著故事的進一步發展，所有的一切都將變得清晰，但是現在就可以試一試研究這些想法。

### 探索1：這些機器在做什麼？

你能弄清楚這些機器在做什麼嗎？

為什麼  $1 \leftarrow 10$  機器的273代碼是273？所有  $1 \leftarrow 10$  的數字代碼與我們日常寫的數字是否一致？

如果你可以回答這個問題，那麼您還可以進一步了解  $1 \leftarrow 2$  機器的所有代碼嗎？

數字13的  $1101$  代碼是什麼意思？



**註解：**第二章將會回答這些問題。

**探索2：**那些點點爆炸的次序重要嗎？

將十九個點放入  $1 \leftarrow 2$  機器最右邊的盒子中，以一種隨意的方式爆炸成對的點：在最右側的盒子爆炸幾對，然後在右側第二個盒子中爆炸幾對，然後在最右側的盒再爆炸幾個點，然後再回到右側第二個盒子，繼續下去。再做一次，這次改變你做爆炸的次序。然後又再做一次！

每次都會出現相同的最終代碼  $10011$  嗎？

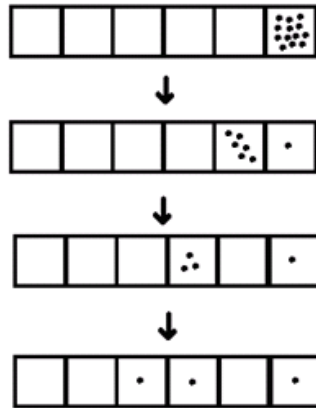


## 解決方案

如所承諾的，這是我提出的問題的解決方案。

1.

a) 以下是 $1101$ 代碼從13個點出現的方式。



b) 數字50的代碼是 $110010$ 。

2. 假設我們如果可以的話總是選擇爆炸那些點子，那麼代碼 $100211$ 是不完整的：倒數第三個盒子中的兩個點會爆炸，得出最終的代碼 $101011$ 。

3. 這是數字19的代碼。（看看下一章，會很快明白這個。）

4. a) 做吧！ b) 也做這個！ c) 做得好，這是第三個

5. 再次，如果我們同意我們可以做所有爆炸，那麼這段代碼是不完整的：倒數第二個盒子的三個點會爆炸而得出代碼 $2101$ 。

6. 數字35有這個代碼。

7. “任何一個盒子中的四個點都會爆炸，並在左邊的盒子中制造一個點。”數字13在 $1 \leftarrow 4$ 機器中的代碼是 $31$ 。

8. 23

9. 14

10. 22

11. 22 (與上一個答案代碼相同 - 但是當然, 代碼的解釋是不同的。)

12. a) 13 b) 37 c) 5846 (這些是我們在日常生活中用於數字的代碼!)